Exercício de Exames Nacionais (Prova 435)

Nºs Complexos – Operações

Seja $\mathbb{C}$ o conjunto dos números complexos; i designa a unidade imaginária.

Seja z um número complexo de módulo 2 e $\overline{z}$ o seu conjugado.
No plano complexo, considere os pontos A e B tais que A é a imagem geométrica de z, e B a imagem geométrica de $\overline{z}$.
Sabe-se que:

- o ponto A está situado no primeiro quadrante
- o ângulo AOB é recto (O designa a origem do referencial)

Determine $\frac{z}{i}$, apresentando o resultado na forma algébrica.

2000 – Prova Modelo

Seja A o conjunto dos números complexos cuja imagem, no plano complexo, é o interior do círculo de centro na origem do referencial e raio 1.

Sem recorrer à calculadora, mostre que o número complexo $\dfrac{1+\sqrt{3}\,i}{4\,cis\,\frac{\pi}{6}}$ pertence ao conjunto A.

2000 – 1ª Fase, 1ª Chamada

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$w = 2 + i$ (i designa a unidade imaginária).

Determine $(w-2)^{11}(1+3i)^2$ na forma algébrica.

Averigúe se o inverso de w é, ou não, $\sqrt{2}\,cis\,\frac{3\pi}{4}$

2001 – 2ª Fase

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, seja $z_1 = 2\,cis\,\frac{\pi}{3}$

Sem recorrer à calculadora, verifique que $\dfrac{z_1^3+2}{i}$ é um imaginário puro.

2001 – 1ª Fase, 1ª Chamada

De dois números complexos z_1 e z_2 sabe-se que:

- um argumento de z_1 é $\frac{\pi}{3}$
- o módulo de z_2 é 4

Seja $w = \dfrac{-1+i}{i}$

Justifique que w é diferente de z_1 e de z_2

2002 – 1ª Fase, 2ª Chamada

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$z_1 = 2 - 2i\,, \qquad z_2 = \sqrt{2}\ cis\ \frac{5\pi}{4} \qquad \text{e} \qquad z_3 = -1 + i$$

Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{z_1}{z_2}$ apresentando o resultado na forma algébrica.

2003 – 1ª Fase, 1ª Chamada

Em $\mathbb{C}$, considere os números complexos: $z_1 = -6 + 3i$ e $z_2 = 1 - 2i$

Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{z_1 + i^{23}}{z_2}$, apresentando o resultado final na forma trigonométrica.

2004 – 1ª Fase

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$w = 4 - 3i \qquad (i \text{ designa a unidade imaginária})$$

Sem recorrer à calculadora, calcule, na forma algébrica, $2i + \frac{w^2}{i}$

2004 – 2ª Fase

Considere $w = \frac{2+i}{1-i} - i$

Sem recorrer à calculadora, escreva w na forma trigonométrica.

2005 – 1ª Fase

Sem recorrer à calculadora, determine $\frac{4 + 2i\left(cis\ \frac{\pi}{6}\right)^6}{3+i}$ apresentando o resultado final na forma trigonométrica.

Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considere

$$w_1 = 1 + i\,, \qquad w_2 = \sqrt{2}\ cis\ \frac{\pi}{12} \qquad \text{e} \qquad w_3 = \sqrt{3}\ cis\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

Sem recorrer à calculadora, determine o valor de $\frac{w_1 \times w_2 - 2}{w_3}$

Apresente o resultado na **forma algébrica**.

2005 – 2ª Fase

Considere $z_1 = (2 - i)\left(2 + cis\frac{\pi}{2}\right)$ e $z_2 = \frac{1}{5}\,cis\left(-\frac{\pi}{7}\right)$

Sem recorrer à calculadora, escreva o número complexo $\frac{z_1}{z_2}$ na forma trigonométrica.

2006 – 2ª Fase