

Escola Secundária de Alcácer do Sal

Matemática

2003/04

Função Soma

$$(f+g)=f(x)+g(x)$$

Professor: Paulo Correia

Trabalho realizado por:
André Picaró nº2 11°C
João Marques nº9 11°B

• Índice

. Introdução	pág. 2
1. Validação ou rejeição das conjecturas propostas	
1.1. O domínio	pág. 3
- Uma das conjecturas por nós formuladas: domínio	
1.2. Intersecção com o eixo dos yy	pág.4
1.3. Sinal	pág.5
2. Conjecturas formuladas	
2.1. Intersecção com o eixo dos xx	pág.6
2.2. Limites	pág.7
. Conclusão	pág.8

Nota: Este trabalho não possui bibliografia porque não recorremos nem a livros, nem à Internet. Este trabalho foi realizado apenas com base nos conhecimentos adquiridos ao longo das aulas de matemática.

• Introdução

Neste trabalho iremos, através dos conhecimentos que adquirimos nas aulas de matemática, validar ou então rejeitar as conjecturas propostas acerca de algumas características, quer das funções parcela, quer da função soma e também iremos formular novas conjecturas acerca de determinadas características destas mesmas funções.

Formularemos três conjecturas sobre três características da função soma, sendo elas: o domínio, intersecção com o eixo dos xx e limites.

O trabalho terá duas partes, sendo a primeira constituída pela validação ou rejeição das conjecturas propostas, enquanto que a segunda será constituída por novas conjecturas por nós formuladas.

Juntamente com os exemplos dados ao longo do trabalho, serão também apresentados gráficos, que terão como objectivo ilustrar esses exemplos para uma melhor compreensão dos mesmos.

1. Validação ou rejeição das conjecturas propostas

1.1. O domínio

- **Conjectura proposta:**
"O domínio da função soma é sempre \mathbb{R} "

A conjectura não é verdadeira porque nem todas as funções soma têm o $D = \mathbb{R}$, para que o domínio de uma função soma não seja \mathbb{R} basta apenas que uma das funções parcela tenha um $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (por exemplo), neste caso mesmo que a outra função parcela tenha o seu $D = \mathbb{R}$, a função soma já não terá o seu $D = \mathbb{R}$ mas sim $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- Para comprovar a falsidade da afirmação/conjectura, seja dado um exemplo onde essa conjectura falha (basta apenas um exemplo em que seja contrariada a conjectura para que esta seja falsa):

Funções parcela:

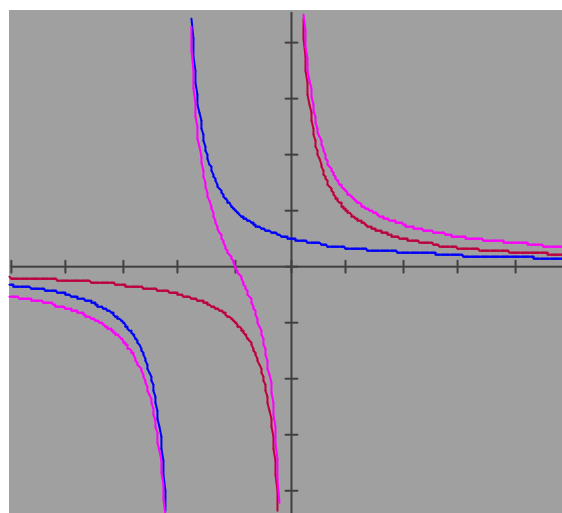
$$f(x) = 1/x \quad D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$g(x) = 1/(x+2) \quad D_g = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Função soma:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = (1/x) + (1/(x+2)) = (2x+2)/(x^2+2x)$$

$$D_{f+g} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$$



Nesta função soma o domínio não é \mathbb{R} , pois existem valores que não pertencem ao seu domínio como é exemplo o -2 .

- **Conjectura por nós formulada acerca do domínio de uma função soma:**
O domínio de uma função soma é igual à intersecção dos domínios das suas funções parcela.

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

1.2. Intersecção com o eixo dos yy

- **Conjectura proposta:**

“A ordenada do ponto de intersecção do gráfico da função soma com o eixo dos yy é igual à soma das ordenadas dos pontos de intersecção dos gráficos das funções parcela com o mesmo eixo (se existirem).”

A conjectura é verdadeira pois não existem funções que corrompam a sua veracidade, da forma como a conjectura está formulada pode ser aplicada a qualquer tipo de função soma.

Esta conjectura será validada e explicada através de exemplos práticos e de gráficos que irão completar esses mesmos exemplos.

- Segue-se um exemplo que demonstra isso mesmo, ou seja, a veracidade da conjectura proposta:

Funções parcela:

$$f(x)=x^2+x+2$$

. ponto de intersecção com o eixo dos yy: (0;2)

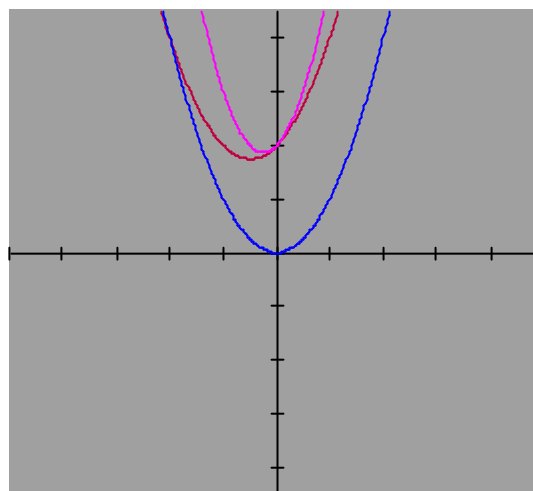
$$g(x)=x^2$$

. ponto de intersecção com o eixo dos yy: (0;0)

Função soma:

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)=2x^2+x+2$$

. ponto de intersecção com o eixo dos yy: (0;2)



- Para obter a ordenada do ponto de intersecção do gráfico da função soma com o eixo dos yy, basta apenas somar as ordenadas dos pontos de intersecção dos gráficos com o eixo dos yy, das funções parcela.

$$2+0=2$$

Ordenada do ponto de intersecção do gráfico da função soma.

1.3. Sinal

- **Conjectura proposta:**

“Em cada ponto a função soma assume o sinal da função parcela com maior valor absoluto.”

A conjectura é verdadeira pois não existem funções que corrompam a sua veracidade, da forma como a conjectura está formulada pode ser aplicada a qualquer tipo de função soma.

- Quando as funções parcela têm o mesmo sinal, a função soma irá ter o mesmo sinal das funções parcela.
- Quando uma das funções parcela é negativa e a outra é positiva, o sinal da função soma irá obedecer àquela que tiver maior valor absoluto.

- Segue-se um exemplo que demonstra a veracidade da conjectura proposta:

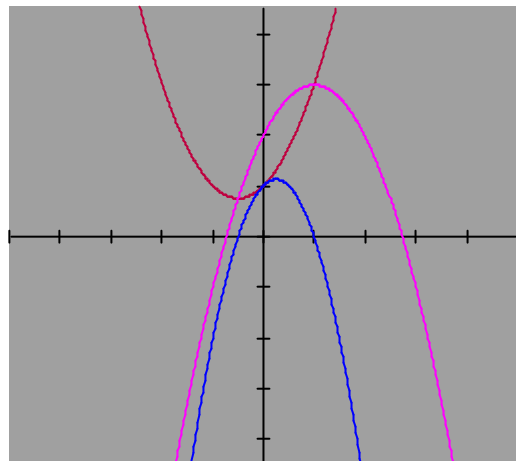
Funções parcela:

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$g(x) = -2x^2 + x + 1$$

Função soma:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = -x^2 + 2x + 2$$



- Como uma função parcela é negativa e a outra é positiva, o sinal da função soma irá obedecer à que tiver maior valor absoluto, que neste caso é a função $g(x)$, ficando assim a função soma também negativa.

2. Conjecturas formuladas

2.1. Intersecção com o eixo dos xx

Quando as funções parcelas têm ambos os zeros positivos (ou negativos), os zeros da função soma serão positivos (ou negativos), se um dos zeros das duas funções forem iguais esse zero mantém-se na função soma (gráfico1), se pelo contrário forem diferentes, os zeros da função soma encontrar-se-ão no ponto médio dos zeros das funções parcelas. (gráfico1)
Quando uma das parcelas tem ambos os zeros negativos e a outra parcela tem ambos os zeros positivos, a função soma não terá zeros. (gráfico2)

Funções parcela:

$$f(x) = 2(x-1)(x-5)$$

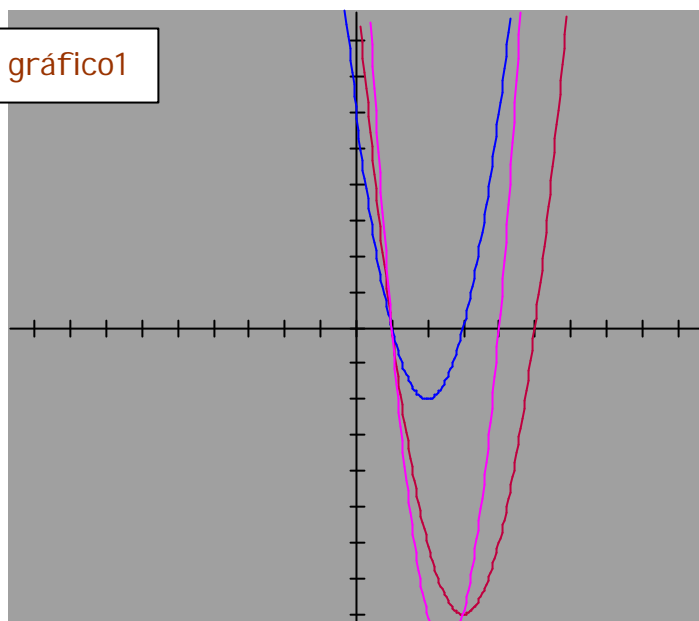
$$g(x) = 2(x-1)(x-3)$$

Funções soma:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

Neste caso como um dos zeros das funções parcela são iguais, um dos zeros da função soma vai também ser igual a esse zero da função parcela.
Mas como o outro zero das funções parcela são diferentes o outro zero da função soma encontra-se no ponto médio dos zeros das funções parcelas.

gráfico1



Funções parcela:

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

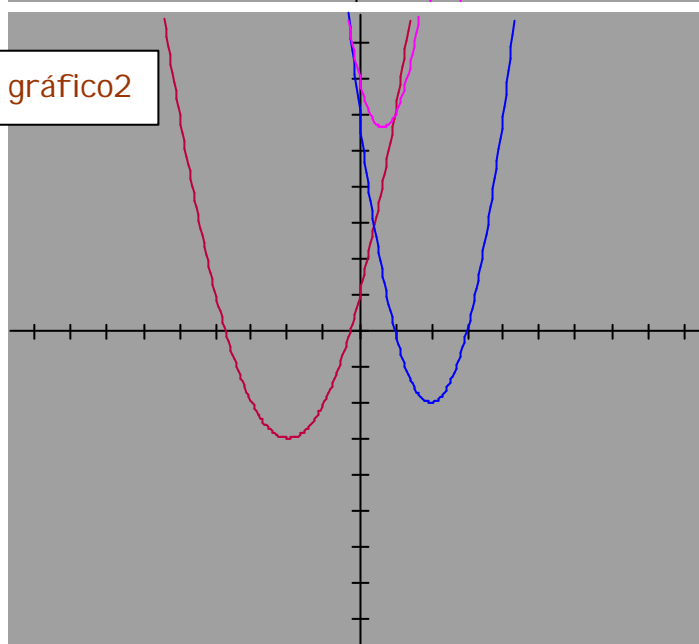
$$g(x) = y = 2(x-1)(x-3)$$

Funções soma:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

Como uma das parcelas tem ambos os zeros negativos e a outra parcela tem ambos os zeros positivos, a função soma não terá zeros

gráfico2



2.2. Limites

Da soma dos limites de ambas as funções parcela resulta os limites da função soma

Funções parcela:

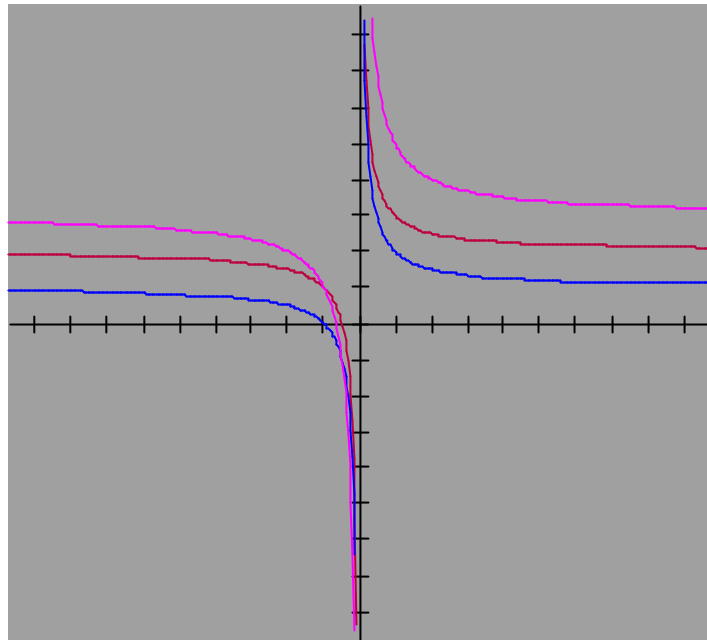
$$f(x) = 1/x + 2 \quad \lim_{x \rightarrow +} = 2+$$

$$g(x) = 1/x + 1 \quad \lim_{x \rightarrow +} = 1+$$

Função soma:

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 2/x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +} f+g = 2+1=3+$$



- O limite da função soma resultou da soma dos limites das suas funções parcela. A função $f(x)$ tem uma assíntota horizontal $y=2$ e a função $g(x)$ tem uma assíntota horizontal $y=1$, a soma dessas duas assíntotas deu origem à assíntota da função soma $y=3$, que é o limite da função $(f+g)(x)$.

- 7 -

• Conclusão

E assim terminamos o nosso trabalho sobre a função soma.

Podemos concluir que das três conjecturas propostas a 1ª (domínio) é falsa enquanto que as restantes (intersecção com o eixo dos yy e sinal) são verdadeiras. Das conjecturas por nós formuladas (domínio, intersecção com o eixo dos xx e limites) esperamos que estejam correctas e bem validadas. Esperamos que tenhamos conseguido atingir todos os objectivos do trabalho. Gostamos de realizar este trabalho porque fez-nos “puxar pela nossa própria cabeça”, o que é um excelente exercício, e também porque ficamos a conhecer muitos pormenores sobre a função soma que desconhecíamos.